

Valeurs de précision lors de transformations

1 Exigences de précision

Lors de la transformation de plans cadastraux, il convient de respecter les tolérances définies à l'article 101 OTEMO ainsi que les indications du manuel 5 de l'OC, chap. 7.

On vérifiera pour ce faire les valeurs suivantes :

- l'erreur moyenne (écart-type) des points d'ajustage
- l'écart maximal

2 Calcul de l'erreur moyenne des points d'ajustage

Comme tolérances, l'OTEMO donne les valeurs de "l'erreur moyenne" en indiquant entre parenthèses qu'il s'agit de "l'écart-type". Comment procède-t-on concrètement au calcul de l'erreur moyenne des points d'ajustage ?

2.1 Transformation de Helmert (transformation de similitude)

La formule appliquée dans le cas d'une transformation de Helmert est la suivante :

$$\begin{aligned}y' &= \Delta y + a * x - b * y \\x' &= \Delta x + b * x + a * y\end{aligned}$$

où $\Delta y, \Delta x$ = translation

$$a = m * \cos \omega$$

$$b = m * \sin \omega$$

m = échelle

ω = angle de rotation (autour de l'axe z)

2.2 Transformation affine

La formule appliquée dans le cas d'une transformation affine (1^{er} ordre) est la suivante:

$$\begin{aligned}y' &= a_0 + a_1 * x + a_2 * y \\x' &= b_0 + b_1 * x + b_2 * y\end{aligned}$$

2.3 Ecart-type

Lors d'une transformation, l'erreur moyenne d'un point d'ajustage est dans la règle calculée à partir des erreurs moyennes des composantes, conformément à la loi de propagation des erreurs.

$$m_{Pt}^2 = m_Y^2 + m_X^2$$

**Erreur moyenne d'un
point d'ajustage**

Lors d'une transformation de Helmert, les erreurs moyennes des composantes peuvent être directement calculées.

Etant donné que dans le cas d'une transformation affine les composantes ne sont pas indépendantes les unes des autres (voir formule au point 2.2), il convient d'approfondir l'analyse de l'erreur moyenne.

L'erreur moyenne de l'unité de poids se calcule comme suit :

$$m_0 = \sqrt{\frac{\sum v_x^2 + \sum v_y^2}{c * n - u}} = \sqrt{\frac{\sum f_s^2}{f}}$$

Écart-type
des résidus

v_x, v_y = résidus au point d'ajustage (x, y)
 f_s = longueur du vecteur résiduel
 n = nombre de points d'ajustage
 $2n$ = nombre d'observations
 u = nombre de paramètres de transformation (4 pour une transformation de Helmert, 6 pour une transformation affine)
 f = degré de liberté, redondance
 $c = 2$ = nombre d'axes de l'ancien et du nouveau système de coordonnées

m_0 indique toutefois uniquement la précision moyenne des points d'ajustage concernant une ordonnée seulement de l'ancien ou du nouveau système. La formule ci-après permet de calculer l'erreur moyenne planimétrique d'un ajustage:

$$m_{Pt} = m_0 \sqrt{2}$$

E.M. du point

m_{Pt} correspond à la précision planimétrique d'un ajustage selon l'article 101 OTEMO.

2.4 Calcul de la précision planimétrique à partir d'écart-types donnés

Comparaison des valeurs calculées par différents logiciels à partir de divers exemples (il s'agit dans tous les cas de transformations affines) :

	ADASYS [cm]	C-PLAN [m]	IRASB [m]	AutoCAD Map [m]
Nombre de points d'ajustage	8	10	9	8
Standard Error	-	-	<u>0,023</u>	-
Ecart-type des résidus	7,9	<u>0,123</u>	0,078	<u>0,168</u>
Erreur moyenne planimétrique	<u>11,2</u>	<u>0,174</u>	0,110	<u>0,250</u>
e.m. composante Y	<u>8,2</u>	<u>0,091</u>	-	-
e.m. composante X	<u>7,7</u>	<u>0,148</u>	-	-
Ecart maximal	<u>14,2</u>	0,248	0,128	0,269

Les valeurs soulignées sont les résultats calculés par les logiciels, **celles qui nous intéressent sont indiquées en gras.**

Les utilisateurs du logiciel IRASB calculent l'erreur moyenne plan. à partir de l'écart-type des résidus ou à partir de la *Standard Error* indiquée dans le fichier du protocole :

$$m_{Pt} = \sqrt{2} * m_0$$

$$m_{Pt} = \sqrt{2} * \text{Standard Error} * \sqrt{f}$$

Les tolérances doivent en principe être considérées comme des **valeurs d'alarme**. Lorsqu'elles sont presque atteintes, voire dépassées, il importe d'identifier les causes du problème.